



## VII Międzyszkolny Konkurs Matematyczny „KRÓLOMATHIC”

### Zadania konkursowe I etap (od 20 X 2021 do 10 XI 2021)

Rozwiązania zadań prosimy składać do 10 XI 2021 roku w sekretariacie  
X LO im. Królowej Jadwigi; ul. Woronicza 8; 02-625 Warszawa  
w zaklejonej i podpisanej kopercie (akceptowany jest również list dostarczany pocztą)  
(Konkurs matematyczny „KRÓLOMATHIC” etap I)

Wewnątrz koperty prosimy podpisać rozwiązania imieniem i nazwiskiem oraz nazwa szkoły (klasa).  
Załączamy ponadto podpisaną zgodę na przetwarzanie danych osobowych

#### Zadanie 1.

Wyznacz wszystkie funkcje  $f: R \rightarrow R$  spełniające dla każdego  $x, y \in R$  równanie

$$f(x) + xf(-x) = x^2$$

#### Zadanie 2.

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y, z$  zachodzi nierówność

$$\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 + 1} + \sqrt{z^2 + 1} \geq \sqrt{6(x + y + z)}$$

#### Zadanie 3.

Niech  $x_1, x_2$  będą pierwiastkami równania  $x^2 - 6x + 1 = 0$ . Wykaż, że dla każdego  $n \in N$  wyrażenie  $x_1^n + x_2^n$  jest liczbą całkowitą niepodzielną przez 5.

#### Zadanie 4.

Dany jest trójkąt równoboczny ABC o noku długości 3. Na boku AB i AC tego trójkąta znajdują się odpowiednio punkty K i L. Zginając trójkąt wzdłuż odcinka KL wierzchołek A przejdzie na taki punkt S leżący na BC, że  $BS=1$ .

Oblicz długość odcinka KL

POWODZENIA  
Organizatorzy