

## Uczniowie XLO

**Zapraszam w każdy czwartek na zajęcia z matematyki  
sala 49 po 6 lekcji**

### Zadania na 26.10.2017r.

**Z1.** W trapezie ABCD poprowadzono prostą równoległą do podstaw AB i CD. Prosta ta przecina ramiona BC i AD w punktach E i F odpowiednio ponadto dzieli trapez na dwa trapezy ABFE i EFCD których stosunek pól jest równy  $k$ . Wyznacz długość odcinka EF wiedząc, że  $|AB| = a$  i  $|CD| = b$ .

**Z2.** Przez punkt  $M$  leżący na boku AC trójkąta ABC poprowadzono proste równoległe do boków AB i BC. Proste te przecinają bok AB w punkcie N a bok BC w punkcie P. Wiedząc, że pole trójkąta AMN jest równe  $S$  a trójkąta PMC jest równe  $Q$  wyznacz pole trójkąta NBP.

**Z3.** Na bokach  $BC$  i  $CA$  trójkąta  $ABC$  zbudowano po jego zewnętrznej stronie kwadraty  $BCDE$  oraz  $CAFG$ . Prosta przechodząca przez punkt  $C$  i prostopadła do prostej  $DG$  przecina odcinek  $AB$  w punkcie  $M$ . Udowodnić, że  $AM = MB$ .

**Z4.** Dany jest trójkąt  $ABC$  o polu  $Q$ . Wykaż, że dla dowolnego punktu  $P$  leżącego wewnątrz trójkąta  $ABC$  zachodzi nierówność:  $|PA||BC| + |PB||AC| + |PC||AB| \geq 4Q$

**Z5.** W kwadracie ABCD o boku długości  $a$  z wierzchołkami A oraz B zakreślone zostały okręgi. Wykreślone łuki podzieliły kwadrat na cztery części. Oblicz pole każdej z nich

**Z6.** Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $|AC| = |BC|$ . Na przedłużeniu podstawy  $AB$  obrano punkt  $X$ . Wykaż, że różnica odległości punktu  $X$  od prostych  $AC$  i  $BC$  jest równa wysokości  $BD$  danego trójkąta.

**Z7.** Podstawy trapezu mają długość  $a$  i  $b$ . Wyznacz długość odcinka łączącego środki przekątnych tego trapezu.

**Z8.** W trójkącie ABC poprowadzono dwusieczną AD. Wyznacz kąty trójkąta ABC jeśli środek okręgu wpisanego w trójkąt ABD jest jednocześnie środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC

**Z9.** Wewnątrz trójkąta równobocznego ABC wybrano pewien punkt S, a następnie połączono go z wierzchołkami trójkąta oraz z jego rzutami prostokątnymi na boki trójkąta ( $A' \in BC$ ;  $B' \in AC$ ;  $C' \in AB$ ).

Wykaż, że  $P_{AC'S} + P_{BA'S} + P_{CB'S} = P_{BC'S} + P_{CA'S} + P_{AB'S}$