

Uczniowie XLO

Zapraszam w każdy czwartek na zajęcia z matematyki

sala 49 po 6 lekcji

Zadania na 19.10.2017r.

Z1. Wyznacz wszystkie funkcje $f: R \rightarrow R$, które dla dowolnych $x; y \in R$ spełniają warunek: $f(x - f(y)) = 1 - x - y$

Z2. Funkcja $f: R \rightarrow R$ spełnia warunki:

(1). $f(x + y) = f(x) + f(y)$ dla dowolnych $x; y \in R$

(2). $f(1) = 1$.

Oblicz $f\left(\frac{9}{32}\right)$.

Z3. Funkcja liniowa f określona dla wszystkich liczb rzeczywistych spełnia warunek

$$f(2014) + f(1) = 2$$

Oblicz wartość wyrażenia $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2014) + f(2015)$

Z4. Funkcja $f: R \rightarrow R$ spełnia dla każdej liczby rzeczywistej x warunek

$$2f(x) + f(1 - x) = 3x. \text{ Wyznacz } f(2014).$$

Z5. Dana jest funkcja $f: R \rightarrow R$ określona dla wszystkich liczb rzeczywistych spełnia warunki:

1. $f(x + y) = f(x) + f(y)$

2. $f(1) = 1$

Oblicz wartość wyrażenia $f\left(\frac{1}{2^0}\right) + f\left(\frac{1}{2^1}\right) + f\left(\frac{1}{2^2}\right) + f\left(\frac{1}{2^3}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{2^{10}}\right)$

Z6. Funkcja f określona na zbiorze wszystkich liczb całkowitych przyjmuje tylko wartości dodatnie i spełnia warunek: $f(n) \geq \frac{1}{2}(f(n - 1) + f(n + 1))$ dla $n = 0, 1, -1, 2, -2, \dots$

Dowieść, że funkcja f jest stała

Z7. Znajdź wszystkie funkcje $f(x)$ spełniające warunek

$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x, \quad x \neq 0.$$

Z8. Znajdź wszystkie funkcje $f(x)$ spełniające warunek

$$(x - 1)f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x - 1}, \quad x \in (0; 1).$$

Z9. Znajdź wszystkie funkcje $f(x)$ spełniające warunek

$$f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) + 2f\left(\frac{x-2}{x+1}\right) = x, \quad x \in (-1; 1).$$